DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2016

Épreuve de :

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

Durée de l'épreuve : ***2 h 00*** *Coefficient : 2*

Le candidat répond sur une copie modèle Éducation Nationale.

Ce sujet comporte **6** pages numérotées de la page **1/6** à **6/6.**

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet et qu'il correspond à votre série.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée *(circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999)*.

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Le sujet est constitué de sept exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n° 1	4 points
Exercice n° 2	4,5 points
Exercice n° 3	5 points
Exercice n° 4	5 points
Exercice n° 5	5,5 points
Exercice n° 6	7 points
Exercice n° 7	5 points
Maîtrise de la langue	4 points

Indication portant sur <u>l'ensemble du sujet.</u>
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

<u>Exercice 1</u> : (4 points)

Une société commercialise des composants électroniques qu'elle fabrique dans deux usines. Lors d'un contrôle de qualité, 500 composants sont prélevés dans chaque usine et sont examinés pour déterminer s'ils sont « bons » ou « défectueux ».

Résultats obtenus pour l'ensemble des 1000 composants prélevés :

	Usine A	Usine B
Bons	473	462
Défectueux	27	38

1) Si on prélève un composant au hasard parmi ceux provenant de l'usine A, quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?

2) Si on prélève un composant au hasard parmi ceux qui sont défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne de l'usine A ?

3) Le contrôle est jugé satisfaisant si le pourcentage de composants défectueux est inférieur à 7 % dans chaque usine. Ce contrôle est-il satisfaisant ?

<u>Exercice 2</u> : (4,5 points)

On considère les deux programmes de calcul ci-dessous.

<u>Programme A</u>	**<u>Programme B</u>**
1) Choisir un nombre.	1) Choisir un nombre.
2) Multiplier par -2.	2) Soustraire 7.
3) Ajouter 13.	3) Multiplier par 3.

1) Vérifier qu'en choisissant 2 au départ avec le programme A, on obtient 9.

2) Quel nombre faut-il choisir au départ avec le programme B pour obtenir 9 ?

3) Peut-on trouver un nombre pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat ?

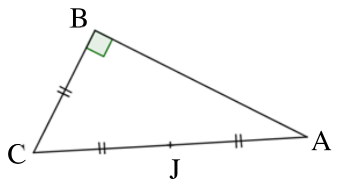
<u>Exercice 3</u> : (5 points)

Trois figures codées sont données ci-dessous. Elles ne sont pas dessinées en vraie grandeur.

Pour chacune d'elles, déterminer la longueur AB au millimètre près.

Dans cet exercice, on n'attend pas de démonstration rédigée. Il suffit d'expliquer brièvement le raisonnement suivi et de présenter clairement les calculs.

Figure 1



BC = 6 cm.

Figure 2

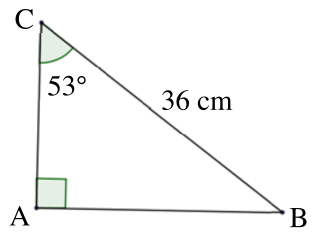
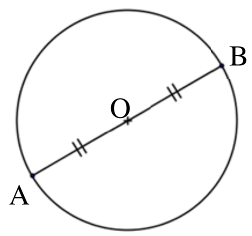


Figure 3



[AB] est un diamètre du cercle de centre O.

La longueur du cercle est 154 cm.

<u>Exercice 4</u> : (5 points)

Lors des soldes, un commerçant décide d'appliquer une réduction de 30 % sur l'ensemble des articles de son magasin.

1) L'un des articles coûte 54 € avant la réduction. Calculer son prix après la réduction.

2) Le commerçant utilise la feuille de calcul ci-dessous pour calculer les prix des articles soldés.

	A	B	C	D	E	F
1	prix avant réduction	12,00 €	14,80 €	33,00 €	44,20 €	85,50 €
2	réduction de 30%	3,60 €	4,44 €	9,90 €	13,26 €	25,65 €
3	prix soldé					

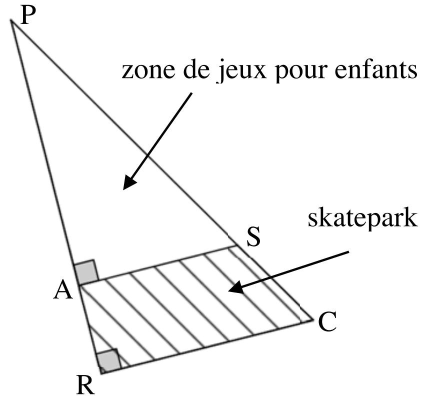
a) Pour calculer la réduction, quelle formule a-t-il pu saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer sur la ligne 2 ?

b) Pour obtenir le prix soldé, quelle formule peut-il saisir dans la cellule B3 avant de l'étirer sur la ligne 3 ?

3) Le prix soldé d'un article est 42,00 €. Quel était son prix initial ?

<u>Exercice 5</u> : (5,5 points)

La figure PRC ci-contre représente un terrain appartenant à une commune.



Les points P, A et R sont alignés.

Les points P, S et C sont alignés.

Il est prévu d'aménager sur ce terrain :

- une « zone de jeux pour enfants » sur la partie PAS ;
- un « skatepark » sur la partie RASC.

On connaît les dimensions suivantes :

PA = 30 m ; AR = 10 m ; AS = 18 m.

1) La commune souhaite semer du gazon sur la « zone de jeux pour enfants ». Elle décide d'acheter des sacs de 5 kg de mélange de graines pour gazon à 13,90 € l'unité. Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m².

Quel budget doit prévoir cette commune pour pouvoir semer du gazon sur la totalité de la « zone de jeux pour enfants » ?

2) Calculer l'aire du « skatepark ».

<u>Exercice 6</u> : (7 points)

Avec des ficelles de 20 cm, on construit des polygones comme ci-dessous :

<u>Méthode de construction des polygones</u>

Étape 1		On coupe la ficelle de 20 cm en deux morceaux.
Étape 2	morceau nº 1 morceau nº 2	On sépare les deux morceaux.
Étape 3		• Avec le « morceau nº 1 », on construit un carré. • Avec le « morceau nº 2 », on construit un triangle équilatéral.

<u>Partie 1</u> :

Dans cette partie, on découpe à l'étape 1 une ficelle pour que le « morceau nº 1 » mesure 8 cm.

1) Dessiner en grandeur réelle les deux polygones obtenus.

2) Calculer l'aire du carré obtenu.

3) Estimer l'aire du triangle équilatéral obtenu en mesurant sur le dessin.

Partie 2 :

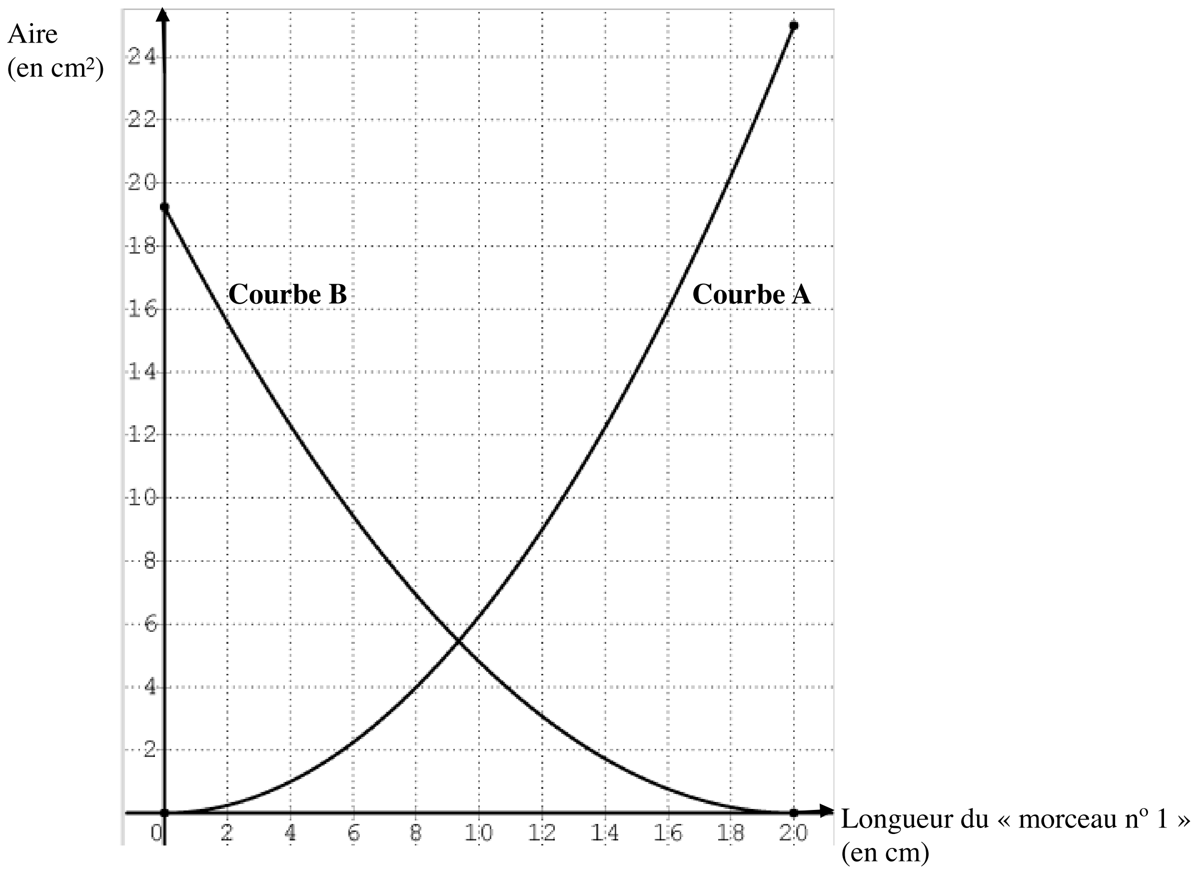
Dans cette partie, on cherche maintenant à étudier l'aire des deux polygones obtenus à l'étape 3 en fonction de la longueur du « morceau n° 1 ».

1) Proposer une formule qui permet de calculer l'aire du carré en fonction de la longueur du « morceau n° 1 ».

2) Sur le graphique ci-dessous :

- la courbe A représente la fonction qui donne l'aire du carré en fonction de la longueur du « morceau n° 1 » ;
- la courbe B représente la fonction qui donne l'aire du triangle équilatéral en fonction de la longueur du « morceau n° 1 ».

Graphique représentant les aires des polygones en fonction de la longueur du « morceau n° 1 »



En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est attendue.

a) Quelle est la longueur du « morceau n° 1 » qui permet d'obtenir un triangle équilatéral d'aire 14 cm² ?

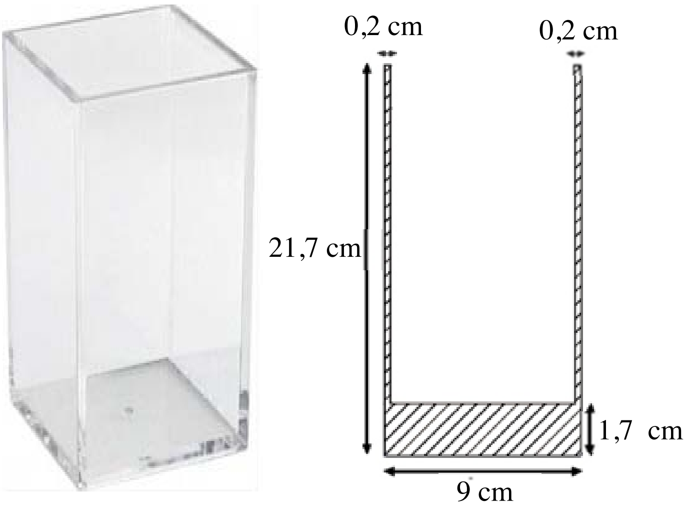
b) Quelle est la longueur du « morceau n° 1 » qui permet d'obtenir deux polygones d'aires égales ?

<u>Exercice 7</u> : (5 points)

Antoine crée des objets de décoration avec des vases, des billes et de l'eau colorée.

Pour sa nouvelle création, il décide d'utiliser le vase et les billes ayant les caractéristiques suivantes :

<u>Caractéristiques du vase</u>



Matière : verre

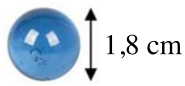
Forme : pavé droit

Dimensions extérieures : 9 cm × 9 cm × 21,7 cm

Épaisseur des bords : 0,2 cm

Épaisseur du fond : 1,7 cm

<u>Caractéristiques des billes</u>



Matière : verre

Forme : boule

Dimensions : 1,8 cm de diamètre

Il met 150 billes dans le vase. Peut-il ajouter un litre d'eau colorée sans risquer le débordement ?

On rappelle que le volume de la boule est donné par la formule : $\frac{4}{3} \times \pi \times rayon^{3}$

Diplôme National du Brevet — jeudi 23 juin 2015
Épreuve de Mathématiques — durée : 2 heures

Corrigé

Exercice 1

1) Si on prélève un composant au hasard provenant de l'usine A, la probabilité qu'il soit défectueux est de : $\dfrac{27}{473+27} = \dfrac{27}{500} = 0,054$.

2) Si on prélève un composant au hasard parmi ceux qui sont défectueux la probabilité qu'il provienne de l'usine A est de : $\dfrac{27}{27+38} = \dfrac{27}{65}$.

3) Pour l'usine A, le pourcentage de composants défectueux est, d'après la question 1), $5,4\%$.

Pour l'usine B, le pourcentage est $\dfrac{38}{462+38} \times 100 = \dfrac{38}{500} \times 100 = 7,6\%$.

Donc le contrôle n'est pas satisfaisant.

Exercice 2

1) Programme A : on choisit 2 au départ. Le calcul est : $2 \times (-2) + 13 = -4 + 13 = 9$.

2) Soit x le nombre choisi au départ pour le programme B. Le calcul est : $(x-7) \times 3 = 3x - 21$. Pour connaître x quand on obtient 9, on résout l'équation :

$$\begin{aligned} 3x - 21 &= 9 \\ 3x &= 9 + 21 \\ 3x &= 30 \\ x &= 30 \div 3 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Il faut donc choisir 10 comme nombre de départ pour obtenir 9 avec le programme B.

3) Pour trouver le nombre à choisir afin que les deux programmes de calcul donnent le même résultat , on résout l'équation :

$$\begin{aligned} 3x - 21 &= x \times (-2) + 13 \\ 3x - 21 &= -2x + 13 \\ 3x + 2x &= 13 + 21 \\ 5x &= 34 \\ x &= 34 \div 5 \\ x &= 6,8 \end{aligned}$$

Il faut donc choisir le nombre $6,8$.

Exercice 3
Pour la figure 1, on utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B.

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ AB^2 &= AC^2 - BC^2 \\ AB^2 &= 12^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108 \\ AB &= \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \approx 10,4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Pour la figure 2, on utilise le sinus dans le triangle ABC rectangle en A.

$$\begin{aligned} \sin \widehat{ACB} &= \frac{AB}{BC} \\ \sin 53° &= \frac{AB}{36} \\ AB &= 36 \times \sin 53° \\ AB &\approx 28,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Pour la figure 3, la longueur d'un cercle est donnée par la formule : $l = \pi \times d$, où d est le diamètre du cercle donc :
$AB = 154 \div \pi \approx 49,0$ cm.

Exercice 4

1) L'un des articles coûte 54 € avant réduction donc, après une réduction de 30% il ne coûtera plus que 70% de son prix soit $0,7 \times 54 =$ 37,80 €.
2) a) Pour calculer la réduction, la formule saisie dans la cellule B2 est `=B1*30/100`.
   b) Pour obtenir le prix soldé, la formule saisie dans la cellule B3 est `=B1-B2`.
3) Le prix soldé d'un article est 42 €, cela représente $0,7$ fois son prix initial, donc le prix initial était de $42 \div 0,7 = 60$ €.

Exercice 5

1) Calcul de l'aire de la zone de jeux pour enfants :

$$\mathcal{A}_J = \frac{AP \times AS}{2} = \frac{30 \times 18}{2} = 270 \text{ m}^2$$
$$270 = 140 + 130$$

   Il faut donc prévoir deux sacs de 5kg de graines à 13,90 € l'unité soit un budget de 27,80 €.
2) Pour calculer l'aire du skatepark, on fait la différence entre l'aire du triangle ARC et l'aire de la zone de jeu pour enfants.

Le triangle ARC est un agrandissement du triangle APS car P, A, R sont alignés ainsi que P, S, C et les droites (AS) et (RC) sont parallèles. Le coefficient d'agrandissement est $\frac{40}{30}$ donc l'aire du triangle ARC est :

$$\mathcal{A}_{ARC} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times 270 = \frac{16 \times 270}{9} = 480 \text{ m}^2$$

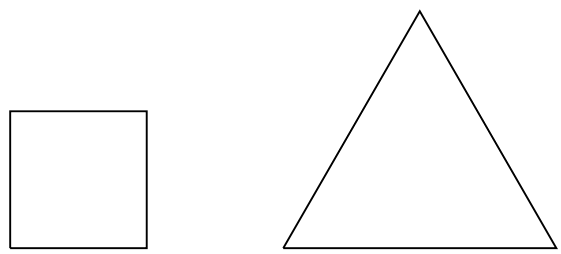
et l'aire du skatepark est donc $\mathcal{A} = 480 - 270 = 210 \text{ m}^2$.

Remarque : on pouvait également calculer l'aire du triangle ARC en calculant d'abord la longueur BC à l'aide du théorème de Thalès. On trouve $BC = 24$ *et donc l'aire du triangle ARC* $\mathcal{A}_{ARC} = 24 \times 40 \div 2$.

Exercice 6

<u>Partie 1</u> :

1) Polygones obtenus avec un morceau n°1 de 8 cm (le morceau n°2 mesure donc 12 cm).



2) Le carré obtenu a un côté de 2 cm son aire est donc 4 cm^2.

3) Si on mesure la hauteur du triangle sur le dessin, on obtient environ $3,5$ cm donc l'aire du triangle est $4 \times 3,5 \div 2 \approx 7 \text{ cm}^2$.

<u>Partie 2</u> :

1) Soit x la longueur du morceau n°1, le carré obtenu a donc un côté de longueur $\frac{x}{4}$ et son aire est donc $\frac{x^2}{16} \text{ cm}^2$

2) Par lecture graphique, le triangle équilatéral d'aire 14 cm^2 correspond à une longueur de 3 cm pour le morceau n°1.
Les deux aires sont égales lorsque le morceau n°1 mesure environ $9,5$ cm.

Exercice 7

<u>Calcul du volume intérieur du vase :</u>

$$\mathcal{V}_1 = (9,2 - 2 \times 0,2)^2 \times (21,7 - 1,7) = 8,6^2 \times 20 = 1\,479,2 \text{ cm}^3$$

Calcul du volume des 150 billes :

$$\mathcal{V}_2 = 150 \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = 150 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (0,9)^3 \approx 458 \text{ cm}^3$$

Volume restant dans le vase : $1\,479,2 - 458 \approx 1\,021 \text{ cm}^3 \approx 1,021 \text{ dm}^3 \approx 1,021$ litres.
Oui, il peut ajouter un litre d'eau colorée sans risquer le débordement.